

文章编号: 1007-2780(2012)01-0121-04

分数阶微分在图像纹理增强中的应用

赵 建

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033, E-mail: zhaojian6789@126.com)

摘 要: 为了实现对模糊图像边缘及纹理的增强, 使图像的细节信息更加清晰, 需要对图像进行锐化增强。现有的增强方法一般是整数阶微分锐化及高通滤波, 由于这些方法的处理效果仍不理想, 文中引入了分数阶微分算子。分数阶微分不仅可以很好地增强图像的边缘和纹理信息, 还可以保留平滑区域信息, 抑制较大噪声。研究并分析了 Tiansi 分数阶微分算子的原理及特点, 并对其进行了改进, 提出了一种新的分数阶微分算子, 可以更好地增强图像的边缘和纹理信息, 同时保证图像的亮度不产生大幅度变化, 而且可以抑制较小噪声的影响。从定量的角度分析, 改进的分数阶微分算子的平均梯度最大可比原图像提高 3.8 倍。从而验证了改进的分数阶微分算子比整数阶微分算子如 Laplace 算子及 Tiansi 分数阶微分算子具有优越性, 且算法简单易于实现, 可应用于工程中的实时图像处理系统中。

关 键 词: 图像纹理增强; 分数阶微分; 平均梯度

中图分类号: TP391.9 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3788/YJYXS20122701.0121

Fractional Differential and Its Application in Image Texture Enhancement

ZHAO Jian

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences,
Changchun 130033, China, E-mail: zhaojian6789@126.com)

Abstract: In order to enhance the edge and texture of the blurred image, making the details clearer, it is need to sharpen the image edge. The existing enhancement methods are integer-order differential sharpening and high-pass filter. As the enhanced effect of these methods is still not ideal, this paper introduces fractional differential operator. Fractional differential operator can greatly enhance the image edges and the texture details, can retain the smooth region information non-linearly and avoid large noise. The principle and the advantages and disadvantages of Tiansi fractional differential operator is studied and analyzed. This paper propose a new fractional differential operator, which can enhance the image edge and texture details better, while ensuring the image brightness balanced, and inhibiting the small noise. From the quantitative point of view, the average gradient of this improved fractional differential operator increases 3.8 times than original image. It verifies that the improved fractional differential operator has an advantage over the integer-order differential operator such as the Laplace operator and Tiansi fractional differential operator. And the algorithm is simple and easy to implement. It can be used for engineering applications in real-time image processing system.

Key words: image texture enhancement; fractional differential; average gradient

收稿日期: 2011-11-04; 修订日期: 2011-11-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 09553JN100); 科技厅重点项目(No. 20100310)

作者简介: 赵建(1967—), 女, 吉林长春人, 硕士, 副研究员, 主要研究方向为数字图像处理, 目标识别与跟踪, 视频编解码等。

1 引 言

图像增强是图像处理研究的关键问题之一，是提高视觉效果的重要手段。图像边缘是图像的重要信息，边缘的锐化程度决定图像的清晰度。所以增强图像的边缘，是增强图像信息最重要的部分。目前最常用的增强图像边缘的方法是图像锐化，它通过增强图像的边缘和纹理信息获取最佳的视觉效果^[1-3]。最通用、最简单的图像锐化方法主要包括微分锐化和高通滤波。其中微分锐化分为一阶微分锐化和二阶微分锐化，这些方法早已得到了广泛的应用。近年来，分数阶微分被从数学领域引入到图像处理领域，成为一个新兴的图像锐化的发展方向，得到了学者们的广泛关注。

分数阶微分早在整数阶微分产生时就产生了，该问题曾被许多大数学家探究过^[4]。虽然分数阶微分的研究非常困难，但是经过上百年来许多科学家的努力，使它逐渐地发展成一个数学体系。由于其物理意义不太明确，使分数阶微分的应用受到阻碍，目前在实际工程中还没有得到广泛应用。从 Mandelbrot 利用分数阶微分分析布朗运动，提出分形学开始，分数阶微分才逐渐引起关注。随着信息时代科学的迅速发展，分数阶微分与以往的整数阶微分相比，其优势逐渐显现出来^[5]。

2 Tiansi 分数阶微分算子

分数阶微分是整数阶微分的一种延拓，它继承了整数阶微分的一些优势，可以锐化图像的边缘。同时分数阶微分又具有其独特之处，它可以利用其非线性特征，选择合适的分数微分阶数，很好地增强图像的边缘和纹理信息，还可以保留图像的平滑区域信息，抑制较大噪声^[6-7]。本文通过研究典型的分数阶微分 G-L (Grunwald-Letnikov)^[8-10]和分数阶微分算子的实现过程，提出一种基于 Tiansi 分数阶微分算子的图像纹理增强方法。该方法使图像的纹理细节信息更加细致、清晰，同时图像平滑区域的信息也得以保留，使图像的视觉效果更好。

分数阶微分定义有好多种，其中最基本、应用最广泛的是分数阶微分 G-L 定义。G-L 分数阶微分表达式如下：

$${}^G D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{m=0}^{\left[\frac{t-a}{h}\right]} (-1)^m \times \frac{\Gamma(\alpha+1)}{m! \Gamma(\alpha-m+1)} f(t-mh) \tag{1}$$

其中 $\alpha > 0, h$ 表示微分步长， $\left[\frac{t-a}{h}\right]$ 是取变量 $\frac{t-a}{h}$ 的整数部分， $\Gamma(n)$ 为 Gamma 函数。

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1} dt = (n-1)! \tag{2}$$

a, t 分别表示分数阶微分的下限和上限。 $f(t)$ 的连续周期 $t \in [a, t]$ ，按步长 $h=1$ 等分，得：

$$m = \left[\frac{t-a}{h}\right]^{h=1} = [t-a]$$

所以，一维信号 $f(t)$ 的 α 阶微分的表达式如下：

$$\frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha} \approx f(t) + (-\alpha)f(t-1) + \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2} f(t-2) + \cdots + \frac{\Gamma(-\alpha+1)}{m! \Gamma(-\alpha+m+1)} f(t-m) \tag{3}$$

为了使图像的分数阶微分算子具有旋转不变性，现采用上下、左右和对角线方向共 8 个方向的具有各向同性的微分算子。根据式(3)写出差分方程右边的前 n 项乘数：

$$\begin{cases} a_0 = 1, a_1 = -\alpha, a_2 = \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2} \\ a_3 = \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)(-\alpha+2)}{6} \\ a_4 = \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)(-\alpha+2)(-\alpha+3)}{24}, \dots, \\ a_m = \frac{\Gamma(-\alpha+1)}{m! \Gamma(-\alpha+m+1)} \end{cases} \tag{4}$$

a_1	a_1	a_1
a_1	$8 \times a_0$	a_1
a_1	a_1	a_1

(a) 3×3

a_2	0	a_2	0	a_2
0	a_1	a_1	a_1	0
a_2	a_1	$8 \times a_0$	a_1	a_2
0	a_1	a_1	a_1	0
a_2	0	a_2	0	a_2

(b) 5×5

图 1 分数阶微分算子

Fig. 1 Fractional differential operator

根据式(4)构造各向同性滤波器,获得不同尺寸的 8 个方向分数阶微分算子,如图 1 所示。两个分数阶微分算子在 8 个方向上都具有旋转不变性。图 1(b)的 5×5 的掩模算子称为 Tiansi 微分算子^[5]。

3 改进的分数阶微分算子

Tiansi 分数阶微分算子克服了整数阶微分算子的局限性,将分数阶微分算子从数学领域引入到图像增强领域,大幅度增强了图像的纹理信息,同时保留了平滑区域信息,避免产生较大的噪声。但是 Tiansi 微分算子仍存在一定的不足之处。将式(4)的前 3 项乘积代入到 Tiansi 算子的模板中,则模板的各因子之和为:

$$s = 8 \times a_0 + 8 \times a_1 + 8 \times a_2 = 4\alpha^2 - 12\alpha + 8$$

(5)

为了在增强图像纹理信息的同时保证其亮度不变,同时可以平滑图像的较小噪声,则令 $s=0$,求解得 $\alpha=1$ 或 $\alpha=2$ 。当 $\alpha=1$ 时, $a_2=0$,则图 1(b)的 5×5 掩模板变成 3×3 ;当 $\alpha=2$ 时 $a_1=-2, a_2=1$,则分数阶微分变为整数阶微分,失去了分数阶微分的所有优点。为了满足设计条件,现对 Tiansi 微分算子进行改进,提出一种新的掩模模板算子,如图 2 所示。

$-a_3/a_2$	0	$-a_3/a_2$	0	$-a_3/a_2$
0	a_1	a_1	a_1	0
$-a_3/a_2$	a_1	$8\times a_0$	a_1	$-a_3/a_2$
0	a_1	a_1	a_1	0
$-a_3/a_2$	0	$-a_3/a_2$	0	$-a_3/a_2$

图 2 本文改进的分数阶微分算子

Fig. 2 Improved fractional differential operator

该算子在保证各因子之和为零的前提下,解得 $\alpha=\frac{1}{2}$,则 $a_1=-\frac{1}{2}, -\frac{a_3}{a_2}=-\frac{1}{2}$,保证了分数阶微分的所有优点,很好地增强了图像边缘和纹理细节信息,同时保留了平滑区域的信息并抑制了噪声的影响。

4 实验结果与分析

为了验证改进的分数阶微分算子的优势,现选取几组图像进行仿真实验,分别与整数阶微分

算子的二阶微分算子 Laplace 算子,和分数阶微分算子 Tiansi 算子进行对比,取 $\alpha=\frac{1}{2}$ 。对比实验如图 3、4 所示。

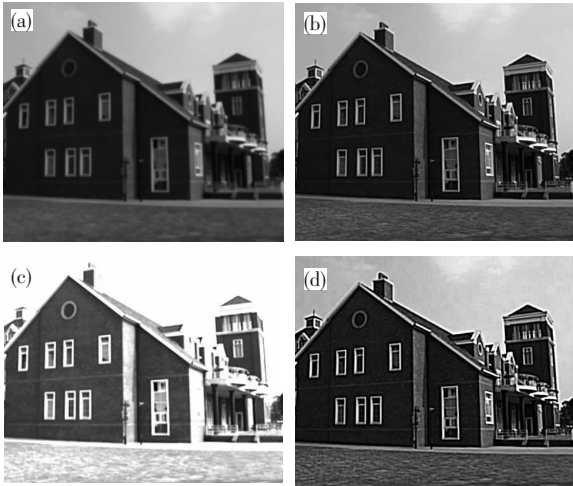


图 3 不同锐化算子增强效果对比。(a)原图;(b)Laplace 算子;(c)Tiansi 算子 ;(d)本文改进算子。

Fig. 3 Comparison of the enhancements of different sharpening operators. (a) Original image; (b) Laplace operator; (c) Tiansi operator; (d) the Improved operator.

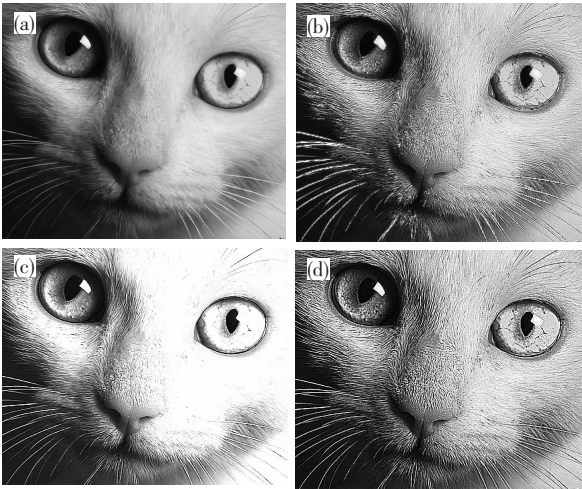


图 4 不同锐化算子增强效果对比。(a)原图;(b)Laplace 算子;(c)Tiansi 算子;(d)本文改进算子。

Fig. 4 Comparison of the enhancements of different sharpening operators. (a) Original image; (b) Laplace operator; (c) Tiansi operator; (d) the Improved operator.

通过图 3 和图 4 的对比可以明显看出,本文改进算子可以将图像的边缘和纹理细节表现得更

加清晰,且能保证原图像的亮度均衡,不产生过亮现象。

为了定量分析各种算法的锐化效果,现引入信息熵^[11-12]和平均梯度^[13-14]对图像的增强效果进行客观评价。实验结果如表 1 和表 2 所示,本文改进的分数阶微分算子的信息熵和平均梯度明显高于整数阶微分算子的二阶微分算子 Laplace 算子和分数阶微分算子 Tiansi 算子。

表 1 图 3 中的四幅图像的信息熵和平均梯度比较
Table 1 Entropies and average gradients of the four images of Fig. 3

	图 3(a)	图 3(b)	图 3(c)	图 3(d)
信息熵	6.957 6	7.029 9	5.457 3	7.215 9
平均梯度	4.612 2	10.330 9	14.553 5	15.791 6

表 2 图 4 中的 4 幅图像的信息熵和平均梯度比较
Table 2 Entropies and average gradients of the four images of Fig. 4

	图 4(a)	图 4(b)	图 4(c)	图 4(d)
信息熵	7.247 3	7.658 1	6.618 9	7.765 3
平均梯度	4.689 2	18.306 4	15.315 4	22.728 1

参 考 文 献:

[1] 詹永鑫,郑学仁,陈建宾. 基于亮度分量的快速图像增强方法 [J]. 液晶与显示,2010,25(2):273-277.
[2] 孙玉胜,白克. 基于小波变换与加权滤波的电机红外图像增强[J]. 液晶与显示,2010,25(3):439-443.
[3] 尹传历,孙丽娜,韩松伟,等. 基于暗原色先验的嵌入式图像增强系统[J]. 液晶与显示,2011,26(5):673-676.
[4] Loverro A. Fractional calculus;history,definitions and applications for the engineer [R]. US:Department of Aerospace and Mechanical Engineering University of Notre Dame, 2004.
[5] 杨柱中,周激流,晏祥玉,等. 基于分数阶微分的图像增强[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2008.,20(3):343-348.
[6] PU Y F, ZHOU J L, Yuan X. Fractional differential mask;a fractional differential-based approach for multiscale texture enhancement[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010,19(2):491-511.
[7] 蒲亦非. 将分数阶微分演算引入数字图像处理[J]. 四川大学学报,2007,39(3):124-132.
[8] Cafagna D. Fractional calculus: a mathematical tool from the Past for present engineers[J]. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 2007,1(2):35-40.
[9] Miller K S, Ross B. *An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations* [M]. USA: John Wiley & Sons, 1993.
[10] Zhang W W, Zhou S B, Li H, *et al.* Chaos in a fractional-order rossler system[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2009,42(3):1684-1691.
[11] Ubriaco M R. Entropies based on fractional calculus[J]. *Phys. Lett. A*, 2009,373(30):2516-2519.
[12] Shannon C E. A mathematical theory of communication [J]. *Bell System Technical*, 1948,27(1):1-54.
[13] Groenewald A M, Arbard E, Otha E C. Related approachees to gradient-based thresholding[J]. *Pattern Recognition Lett.*, 1993,14(7):567-572.
[14] 支力佳,张少敏,赵大哲,等. 基于灰度共生矩阵和梯度相位互信息的医学图像检索[J]. 东北大学学报,2010,31(3):358-365.

5 结 论

将分数阶微分应用于图像纹理增强领域是目前国内外研究较少的新兴学科分支,它有着整数阶微分不具备的优势。对于图像灰度值变化不大的平滑区域中的纹理细节信息;分数阶微分比整数阶微分对其加强的幅度更大。对于图像灰度值变化较大的边缘和纹理区域,分数阶微分的增强效果更是明显优于整数阶微分,更加细致清晰。所以,图像分数阶微分既保留了图像低频轮廓信息,加强了灰度值跃变幅度较大的高频边缘信息,同时还加强了灰度值变化较小的高频纹理细节信息。而图像的整数阶微分在加强灰度值跃变幅度较大的高频边缘信息的同时,极大压制了低频轮廓信息和灰度值跃变幅度较小的高频纹理细节信息。使得基于分数阶微分的图像算子比基于整数阶微分的图像算子更有利于分析和强化图像纹理细节信息。本文对 Tiansi 算子进行了改进,提出了一种新的掩模算子,使图像的纹理细节更加清晰,同时保证图像的亮度不会发生较大变化。结果表明,本文改进的分数阶微分算子的信息熵和平均梯度均明显高于原图像和其他两种微分算子。